QCM DE MATHÉMATIQUES
2024–2025

Mouna DAADAA
mouna.daadaa@efrei.fr
Département Mathématiques à Efrei Paris

Méthodes de travail pour le cycle préparatoire

Il y a une rupture importante entre la terminale et le cycle préparatoire, vous risquez donc de vous trouver face à des nouvelles difficultés :

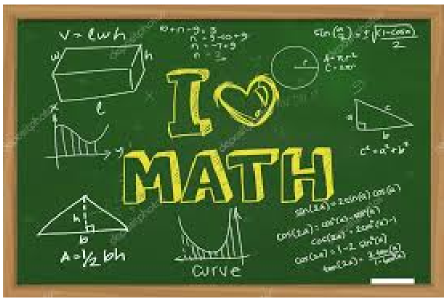
- plus d'heures de cours par semaine,
- plus de cours magistraux,
- des cours plus théoriques,
- rythme de travail plus soutenu,
- nécessité d'apprendre le cours,
- suppression de la calculatrice,
- ...

D'où la nécessité d'adapter votre méthode de travail à ce nouveau contexte pour réussir :

1. Assimiler le maximum de notions pendant les cours :
   - Ne pas recopier le tableau sans chercher à comprendre.
   - Être actif et poser des questions.
   - Ne pas noter tous les détails des calculs mais noter la méthode, les formules et les résultats.
2. Reprendre les cours chez soi le soir même et avant le cours suivant :
   - Reprendre le plan de chaque cours.
   - Apprendre par cœur les définitions et les théorèmes.
   - Savoir refaire les démonstrations.
   - Refaire les exercices. C'est dans votre cours que vous trouverez les outils et les méthodes pour résoudre un problème.
3. Comment vérifier que je connais mon cours :
   - Je prends une feuille blanche, je réécris mon cours et je compare.
   - Je dois être capable de réciter toutes les définitions.
   - Je refais les exercices en les cherchant sans regarder la correction.
   - Je travaille le plus possible en groupe et me fais expliquer les passages difficiles.
   - Je travaille honnêtement pour préparer mes TD (ne pas recopier les corrections des TD ayant déjà eu lieu) afin d'optimiser mes chances de réussite pour l'examen et découvrir mes faiblesses lors de la préparation des TD et non le jour de l'examen.
4. En début de semaine, je note le prochain examen et je planifie mon travail pour la semaine.
5. Pendant les examens :
   - Je commence par lire rapidement le sujet en entier.
   - J'identifie et je commence par les exercices ou les questions que je pense maîtriser.
   - Quand je n'ai pas de problème de résolution (question de cours ou exercice analogue à un exercice déjà traité), je rédige directement sur la copie et j'utilise le brouillon pour écrire les formules et faire les calculs.
   - Si je ne sais pas démarrer je cherche au brouillon et note les principales formules en rapport avec la question.

De plus, il est fréquent que la résolution d'un exercice nécessite des cours et savoir-faire vus dans les chapitres précédents. En conséquence, il faut travailler régulièrement toutes les matières toutes les semaines.

Bref ! Au travail !



MATHÉMATIQUES

Voyage au pays « des notions classiques de Mathématiques... »

Consigne : Cocher la ou les bonne(s) réponse(s) après avoir détaillé les calculs sur le brouillon.

1 Un peu de notions de base...

1. La somme $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{5}$ est égale à :

   ☐ $\dfrac{1}{7}$ ☐ $\dfrac{1}{10}$ ☐ $\dfrac{7}{10}$

2. L'équation $\dfrac{2}{x}=\dfrac{5}{2}$ admet comme solution :

   ☐ $x=5$ ☐ $x=\dfrac{4}{5}$ ☐ $x=\dfrac{5}{4}$

3. $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ est égal à :

   ☐ 0 ☐ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\dfrac{1}{2}$

4. $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ est égal à :

   ☐ 0 ☐ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\dfrac{1}{2}$

5. $\cos(-x)$ est égal à :

   ☐ $\cos(x)$ ☐ $-\cos(x)$ ☐ $\sin(x)$

6. $-x^2+14x-49$ est égal à :

   ☐ $-(x-7)^2$ ☐ $(-x-7)^2$
   ☐ $(7-x)^2$ ☐ $(-7+x)^2$

7. $(2x+4)^2-(3x-2)^2$ est égal à :

   ☐ $-5x^2+12$ ☐ $-5x^2+20$
   ☐ $(-x+6)(5x-2)$ ☐ $(-x+6)(5x+2)$

8. $(x^3-1)^2$ est égal à :

   ☐ x^9-2x^3+1 ☐ x^2-3x^3+6
   ☐ x^6-2x^3+1 ☐ $6-3x-x^2$

9. Soit f une fonction polynôme du second degré dont le signe est donné par le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On peut en déduire que :

☐ Le discriminant Δ est positif

☐ Le discriminant Δ est négatif

☐ On ne peut déduire aucune information concernant le discriminant

10. Soient $P(x) = (x^2 + x + 1)(x - 1)$ et x réel,

☐ Le polynôme P n'a pas de racine

☐ Le polynôme P admet une unique racine

☐ Le polynôme P a exactement deux racines

☐ Le polynôme P a exactement trois racines

11. L'ensemble S des solutions de l'équation $x^2 = 9$ est

☐ $S = \{3\}$ ☐ $S = \left\{\frac{9}{2}\right\}$

☐ $S = \{-3, 3\}$ ☐ $S = \varnothing$

12. L'ensemble S des solutions de l'équation $(x + 2)(x - 3) = 0$ est

☐ $S = \{3\}$ ☐ $S = \{-2, 3\}$

☐ $S = \{-3, 2\}$ ☐ $S = \varnothing$

13. L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + x + 1 < 0$ est :

☐ $S = \mathbb{R}$ ☐ $S =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$

☐ $S = \varnothing$ ☐ $S =]-1, 1[$

14. Les solutions de l'équation $x^2 - 2x - 6 = -x^2 - 8x + 30$ sont :

☐ Aucune solution ☐ $x = -12$ et $x = 6$

☐ $x = -6$ et $x = 3$ ☐ $x = -24$ et $x = 12$

15. Les solutions de l'équation $2x + 3 = -\frac{4}{x}$ sont :

☐ Aucune solution ☐ $x = -12$ et $x = 6$

☐ $x = -1$ et $x = 3$ ☐ $x = -24$ et $x = 12$

16. Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $x^2 + mx + m = 0$ admet-elle une unique solution ?

☐ Pour $m = 2$

☐ Pour $m = 0$ et $m = 4$

☐ Pour aucune valeur de m

17. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 1} \geq 0$ est :

☐ $S =]-1,0[\cup]1,2[$ ☐ $S =]-\infty,1]\cup[2,+\infty[$ ☐ $S =]-1,1[$

2 Fonctions : Domaines de définition, limites, dérivées et primitives

Dans tout ce qui suit, a désigne un réel quelconque.

18. Si $\lim_{x\to a} f(x) = 3$ alors

☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{3}$

19. Si $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ alors

☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = -\infty$

20. Si $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$ alors

☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = -\infty$

21. Si $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ et $f(x) < 0$, pour tout x de D_f alors

☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ☐ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = -\infty$

22. Si $\lim_{x\to a} f(x) = -3$ et $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty$ alors
☐ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = -3$
☐ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = +\infty$
☐ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = -\infty$
☐ On ne peut pas conclure pour la limite du produit

23. Si $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ et $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty$ alors
☐ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = -0$
☐ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = +\infty$
☐ $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = -\infty$
☐ On ne peut pas conclure pour la limite du produit

24. Si $\lim_{x\to a} f(x) = 5$ et $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty$ alors
☐ $\lim_{x\to a} (f(x)+g(x)) = -5$
☐ $\lim_{x\to a} (f(x)+g(x)) = +\infty$
☐ $\lim_{x\to a} (f(x)+g(x)) = -\infty$
☐ On ne peut pas conclure pour la limite de la somme

25. Si $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to a} g(x) = +\infty$ alors
☐ $\lim_{x\to a} (f(x)+g(x)) = 0$
☐ $\lim_{x\to a} (f(x)+g(x)) = +\infty$
☐ $\lim_{x\to a} (f(x)+g(x)) = -\infty$
☐ On ne peut pas conclure pour la limite de la somme

26. $\lim_{x\to+\infty} \frac{5x^2-1}{x^3+1}$ est égale à :

- ☐ $+\infty$
- ☐ 0
- ☐ 5
- ☐ $-\infty$

27. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5x^2-1}{x^2+1}$ est égale à :
    - ☐ $+\infty$
    - ☐ 0
    - ☐ 5
    - ☐ $-\infty$

28. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5x^3-1}{x^2+1}$ est égale à :
    - ☐ $+\infty$
    - ☐ 0
    - ☐ 5
    - ☐ $-\infty$

29. $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{5x-1}{x-1}$ est égale à :
    - ☐ $+\infty$
    - ☐ 0
    - ☐ 5
    - ☐ $-\infty$

30. $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x^2+1}$ est égale à :
    - ☐ $+\infty$
    - ☐ 0
    - ☐ 1
    - ☐ $-\infty$

31. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5e^x-1}{e^x+1}$ est égale à :
    - ☐ $+\infty$
    - ☐ 0
    - ☐ 5
    - ☐ $-\infty$

32. Le domaine de définition D_f de la fonction définie par $f(x) = \ln(1-x)$ est égal à
    - ☐ $\mathbb{R}$
    - ☐ $]1, +\infty[$
    - ☐ $]-\infty, 1[$
    - ☐ $[1, +\infty[$

33. Le domaine de définition D_f de la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ est égal à
    - ☐ $\mathbb{R}$
    - ☐ $]-1, +\infty[$
    - ☐ $]-\infty, -1[$
    - ☐ $[-1, +\infty[$

34. La fonction définie par $f(x) = 2x+5$ admet pour dérivée la fonction f' définie par :
    - ☐ $f'(x) = x^2+5x$
    - ☐ $f'(x) = 2x$
    - ☐ $f'(x) = 2+5$
    - ☐ $f'(x) = 2$

35. La fonction définie par $f(x) = \cos\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ admet pour dérivée la fonction f' définie par :

- ☐ $f'(x) = \sin\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right)$
- ☐ $f'(x) = \sin(3)$
- ☐ $f'(x) = \cos(3)$
- ☐ $f'(x) = -3\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right)$

36. La fonction définie sur $]\frac{1}{2}, +\infty[$ par $f(x) = \ln(4x-2)$ admet pour dérivée la fonction f' définie par :

- ☐ $f'(x) = \dfrac{1}{x-1}$
- ☐ $f'(x) = \dfrac{1}{4x-2}$
- ☐ $f'(x) = \dfrac{2}{2x-1}$

37. Parmi les limites suivantes, lesquelles sont correctes ?

- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^3-2x-1}{x-3} = 0$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = 0$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\cos x}{x} = 0$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\sin x}{x} = 1$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} xe^{-x} = +\infty$

38. Parmi les limites suivantes, lesquelles sont correctes ?

- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x} = 0$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} = 1$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$
- ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(1+x)} = 1$

39. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la tableau de variations est :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	5

alors lesquelles des assertions suivantes sont vraies ?

- ☐ $f(4) = 0$
- ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R},\ f(x) \leq 5$
- ☐ L'équation $f(x) = 0$ admet exactement 2 solutions
- ☐ L'équation $f(x) = 4$ admet exactement 2 solutions
- ☐ Les données ne permettent pas de connaître le signe de $f(1)f(3)$

40. Soit f une fonction numérique de la forme $f(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{x+2}$ où $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$, définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ dont le tableau de variations est :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

alors lesquelles des assertions suivantes sont vraies ?

- ☐ $f(-2) = -3$
- ☐ $f(0) > 0$
- ☐ $b^2 - 4ac > 0$
- ☐ $a > 0$
- ☐ $c > 0$

41. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2e^x}{e^x + 1}$, alors :

- ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2}{1 + e^{-x}}$
- ☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- ☐ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$
- ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) < 0$
- ☐ $f'(0) = 1$

42. Soit pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + 1) - x$, alors :

- ☐ Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1} - 1$
- ☐ f est décroissante sur $\mathbb{R}$
- ☐ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$
- ☐ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$
- ☐ Il existe un unique a de $\mathbb{R}$ tel que $f(a) = 0$

43. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$ vérifiant $f(0) = 0$ et $f(1) = 4$.
On pose g la fonction définie par $g(x) = f\left(x + \dfrac{1}{2}\right) - f(x) - 2$. Alors :

- ☐ g est continue sur $\mathbb{R}$
- ☐ $g(0) < 0$
- ☐ $g(0)\, g\left(\dfrac{1}{2}\right) \leq 0$
- ☐ Il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $f\left(c + \dfrac{1}{2}\right) - f(c) = 2$
- ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 4x$

44. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4\cos^2(x) - 3$.

- ☐ Il suffit d'étudier f sur $[0, \pi]$
- ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x - \pi) = f(x)$
- ☐ f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = -4\sin(2x)$
- ☐ f est décroissante sur $[0, \dfrac{\pi}{2}]$
- ☐ f est décroissante sur $[-\dfrac{\pi}{2}, 0]$

45. Soit f la fonction définie sur $]-3, 3[$ par $f(x) = \ln\left(\dfrac{3 - x}{3 + x}\right)$

- ☐ $f(0) = 0$
- ☐ Pour tout $x \in]-3, 3[$, $f(-x) = -f(x)$
- ☐ Pour tout $x \in]-3, 3[$, $f'(x) = \dfrac{1}{3 - x} - \dfrac{1}{3 + x}$
- ☐ f est croissante sur $]0, 3[$
- ☐ f est décroissante sur $]-3, 0[$

46. Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - \dfrac{4e^x}{e^{2x} + 1}$ et $g(x) = e^{2x} - 1$, alors :

- ☐ Pour tout $x \in]-\infty, 0]$, $g(x) \leq 0$

- ☐ Pour tout $x \in [0, +\infty, [, \ f'(x) \geq 0$
- ☐ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$
- ☐ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} f(x)$
- ☐ f est décroissante sur $] - \infty, 0]$

47. Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$, alors
    - ☐ f est continue sur $] - \infty, -1[$
    - ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \ f'(x) = \dfrac{2}{(x+1)^2}$
    - ☐ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$
    - ☐ L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
    - ☐ f est décroissante sur $] - 1, +\infty, [$
48. Soit pour tout x dans $\mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \cos(2x)$ et $g(x) = \sin^2(x)$ alors :
    - ☐ $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2$
    - ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}, \ f'(x) = \sin(2x)$
    - ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}, \ f'(x) = 2g'(x)$
    - ☐ $\lim_{x \to 0} \dfrac{g(x)}{x^2} = 1$
    - ☐ $\lim_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x^2} = 2$
49. Soit f la fonction numérique définie sur $[1, +\infty[$ par $f(x) = \ln(2x) + 1 - x$ alors :
    - ☐ $f(1) > 0$
    - ☐ Pour tout $x \in [1, +\infty[, \ f'(x) = \dfrac{1-x}{x}$
    - ☐ f est strictement décroissante sur $[1, +\infty[$
    - ☐ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$
    - ☐ Il existe un unique $a \in [1, +\infty[, \ a = \ln(2a) + 1$
50. Soit une primitive F de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos(3x) + x$ alors :
    - ☐ $F(x) = -\dfrac{1}{3}\sin(3x) + \dfrac{x^2}{2}$
    - ☐ $F(x) = -3\cos(3x) + 1$
    - ☐ $F(x) = \sin(3x) + \dfrac{x^2}{2}$
    - ☐ $F(x) = \dfrac{1}{3}\sin(3x) + \dfrac{x^2}{2}$
51. Soit une primitive F de la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$ alors :
    - ☐ $F(x) = 2\ln(x-1)$
    - ☐ $F(x) = -\ln(x-1)$
    - ☐ $F(x) = \dfrac{2x}{\dfrac{x^2}{2} - x}$
    - ☐ $F(x) = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$
52. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{-2x}$. Alors :
    - ☐ Pour tout $x \in \mathbb{R}, \ f'(x) + 2f(x) = e^{-2x}$
    - ☐ $\displaystyle\int_0^1 -2e^{-2x}\,dx = e^{-2} - 1$

- ☐ $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\left[f(0) - f(1) + \int_0^1 e^{-2x}\,dx\right]$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1-2e^{-2}}{2}$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_0^1 e^{-2x}\,dx$

53. Cocher la ou les bonne(s) rÃ©ponse(s).

- ☐ $\displaystyle\int_{-18}^{18} (x^2+1)^{24}\,dx = 0$
- ☐ $\displaystyle\int_{-5}^{5} (x^3+x)^{15}\,dx = 0$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx = \ln(2)$
- ☐ $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x^3} = 1 - \frac{1}{4}$
- ☐ $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx = \ln(\sqrt{2})$

54. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$, de valeur moyenne 4 sur $[-2,2]$. Alors on peut affirmer que :
   - ☐ $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 2$
   - ☐ Pour tout $x \in [-2,2],\ f(x) \geq 0$
   - ☐ f n'est pas une fonction impaire
   - ☐ Il existe $a \in [-2,2],\ f(a) = 4$
   - ☐ La valeur moyenne de f^2 ($f^2 : x \mapsto (f(x))^2$) sur $[-2,2]$ est 16

55. Soit f la fonction définie sur $[-1,1]$ par $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Alors :
   - ☐ f est croissante sur $[-1,1]$
   - ☐ Pour tout $x \in [-1,1],\ f(x) \geq 0$
   - ☐ Pour tout $a \in [0,4]$, l'équation $f(x) = a$ admet une unique solution sur $[-1,1]$
   - ☐ Pour tout $x \in [-1,1]$, si $f(x) \leq 2$ alors $x \leq 0$
   - ☐ Pour tout $x \in [-1,1]$, si $x \geq -\dfrac{1}{2}$ alors $f(x) \leq \dfrac{27}{8}$

56. Soit $m \in \mathbb{R}$ et $f_m(x)$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_m(x) = x^2 + 2mx + 9$.
   - ☐ $f_5(x) = (x+1)(x+9)$
   - ☐ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, la courbe de f_m passe par le point I $(0,9)$
   - ☐ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_m(x) \geq 0$
   - ☐ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, l'équation $f'_m(x) = 0$ admet une seule solution.
   - ☐ Pour tout $m \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_{m+1}(x) \geq f_m(x)$

3 Fonctions exponentielles et logarithmes

57. exp(0) est égal à :

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ e
- ☐ n'existe pas

58. $\exp(1)$ est égal à :

- ☐ 0
- ☐ e
- ☐ 1
- ☐ n'existe pas

59. $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$ est égal à :

- ☐ -1
- ☐ 1
- ☐ 0
- ☐ $-e$

60. Parmi les propositions suivantes quelles sont celles qui sont correctes ?

- ☐ $e^{x+y} = e^x + e^y$
- ☐ $e^{x+y} = e^x.e^y$
- ☐ $e^{x.y} = e^x + e^y$
- ☐ $e^{x.y} = e^x.e^y$

61. Parmi les propositions suivantes quelles sont celles qui sont correctes ?

- ☐ $\ln(a+b) = \ln(a).\ln(b)$
- ☐ $\ln(ab) = \ln(a).\ln(b)$
- ☐ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

62. $\ln(x^2)$ est égal à :

- ☐ $(\ln x)^2$
- ☐ $2\ln|x|$
- ☐ $2\ln x$
- ☐ $x\ln 2$

63. Parmi les propositions suivantes quelles sont celles qui sont correctes ?

- ☐ $\exp\left(\frac{1}{2}\ln 8\right) = 2\sqrt{2}$
- ☐ $e^{\ln 2}.e^{\ln 5} = 7$
- ☐ $e^{-\ln 3} = -3$

64. Soit n un entier relatif, $\ln(e^n) - 2e + \ln(1)$ est égale à :

- ☐ $e^n - 2e + e$
- ☐ $e^n - 2e$
- ☐ $n - 2e$

65. L'équation $e^x = 1$ a pour solution

- ☐ $x = 0$
- ☐ $x = 1$
- ☐ $x = e$

66. Si x est un réel tel que $x > 1$ alors $\ln(x^2 - 1)$ est éagal à :

- ☐ $\ln(x^2)$
- ☐ $\ln(x-1) + \ln(x+1)$
- ☐ $2\ln x$
- ☐ $2\ln(x-1)$

4 Suites numériques

67. Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 1$ et de premier terme $u_1 = 2$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$. Alors :

- ☐ $u_{16} = q^{10}u_6$

- ☐ $u_5u_7 = u_3u_9$
- ☐ Si $q = 2$ alors $S_3 = 14$
- ☐ Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, S_n est un entier naturel pair
- ☐ Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_{2n} = (1 + q^n)S_n$

68. Pour toute suite réelle (u_n), on a :
    - ☐ Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ alors $u_n = 1$ à partir d'un certain rang
    - ☐ Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$ alors $u_n \geq 0$ à partir d'un certain rang
    - ☐ Si pour tout $n \in \mathbb{N},\ u_n > 0$ et (u_n) converge alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n > 0$
    - ☐ Si (u_n) est une suite arithmétique de raison $-\dfrac{1}{3}$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
    - ☐ Si (u_n) est une suite géométique de raison $-\dfrac{1}{3}$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

5 Logique et raisonnement

69. Pour tous réels non nuls a, b, c et d on a :
    - ☐ Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$
    - ☐ Si $a^2 < b^2$ alors $a < b$
    - ☐ Si $a < b$ et $c < d$ alors $ac < bd$
    - ☐ Si $a < 0 < b$ alors $\dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$
    - ☐ Si $ac < bd$ alors $\dfrac{c}{b} < \dfrac{d}{a}$

70. Soient a, b, c et d quatre entiers naturels non nuls. On a :
    - ☐ $\dfrac{a}{bc} = \dfrac{\frac{a}{b}}{c}$
    - ☐ $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{a+c}{b+d}$
    - ☐ $\dfrac{ac}{bd} = \dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$
    - ☐ $\dfrac{a+b}{d+b} = \dfrac{a}{d}$
    - ☐ $\dfrac{ab}{c} = \dfrac{\frac{a}{b}}{c}$

71. Cocher la ou les bonne(s) rÃ©ponse(s).
    - ☐ « Il existe $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R},\ x < y$ » est une proposition vraie
    - ☐ « Pour tout $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R},\ x < y$ » est une proposition vraie
    - ☐ « Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R},\ x < y$ » est une proposition vraie
    - ☐ « Il existe $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R},\ x < y$ » est une proposition vraie
    - ☐ « Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R},\ x < y$ » est équivalent à « Il existe $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R},\ x < y$ »

72. On appelle octet une liste de 8 éléments pris dans l'ensemble $\{0, 1\}$.
    (Exemple d'octet : 00110011)
    Alors, il y a :

- ☐ $\binom{4}{2}$ octets se terminant par 1000
- ☐ 2^5 octets se terminant par 100
- ☐ $\binom{5}{2}$ octets se terminant par 100
- ☐ $(5!)(2^5)$ octets contenant 100 (remarque : 10101111 ne contient pas 100)
- ☐ 4! octets contenant exactement quatre 0

73. Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le plan P d'équation $x - y + 2z - 4 = 0$ et Δ la droite passant par $\mathrm{I}\,(1, 1, b)$ et le vecteur directeur , $\vec{u}(-1, a, 1)$ où a et b sont des réels. Alors :
    - ☐ Si $a \neq 1$ alors pour tout $b \in \mathbb{R}$ l'intersection de Δ et P est un point
    - ☐ Si $b = 2$ alors pour tout $a \in \mathbb{R}$ l'intersection de Δ et P est un point
    - ☐ Si $b \neq 2$ alors pour tout $a \in \mathbb{R}$, $\Delta \cap P = \varnothing$
    - ☐ Si $a = 1$ et $b = 2$ alors $\Delta \cap P = \varnothing$
    - ☐ Si $a = 1$ et $b \neq 2$ alors $\Delta \cap P = \varnothing$